

بمب ریاضی امسال منفجر شد: راه‌حلی برای مساله ۲۳۰۰ ساله

تصور کنید می‌خواهید ثابت کنید بی‌نهایت زوج عدد اول وجود دارد که تفاضل‌شان 2 است؛ به جای آن ثابت می‌کنید بی‌نهایت زوج عدد اول وجود دارد که تفاضل‌شان کمتر از 70,000,000 است. این بزرگ‌ترین کشف ریاضی سال‌های اخیر است.



تصور کنید می‌خواهید ثابت کنید بی‌نهایت زوج عدد اول وجود دارد که تفاضل‌شان 2 است؛ به جای آن ثابت می‌کنید بی‌نهایت زوج عدد اول وجود دارد که تفاضل‌شان کمتر از 70,000,000 است. این بزرگ‌ترین کشف ریاضی سال‌های اخیر است.

تصور کنید قرار است ثابت کنید تعداد نامتناهی زوج عدد اول وجود دارند که تفاضل آنها دو واحد است. به جای آن ثابت می‌کنید تعداد نامتناهی زوج عدد اول وجود دارد که تفاضل آنها کمتر از 70 میلیون رقم است. آیا فکر می‌کنید این شکستی مفتضحانه است و بهتر است درباره آن سکوت کنید؟ اگر این طور فکر می‌کنید چیزی از دنیای شگفت‌انگیز ریاضیات نمی‌دانید.

اگر داستان آلیس در سرزمین عجایب را خوانده باشید حتماً با لانه خرگوش آشنا هستید. آلیس، در یک عصر تابستانی خرگوشی را دنبال می‌کند و به دنبال او قدم به لانه‌هاش می‌گذارد و بلافاصله جهانش تغییر می‌کند، هیچ چیز آن طوری نیست که به نظر می‌آمد باید باشد. در این دنیا اولویت‌ها و منطق‌ها و رفتارها تغییر می‌کند. آلیس همان آلیس است، اما با قدم نهادن در لانه خرگوش دیدش به جهان تغییر می‌کند و از دل آن است که می‌تواند جهان‌های جدیدی را نه تنها برای خود کشف کند که خوانندگان این داستان را به کشف دنیایی فراسوی روزمرگی راهنمایی کند.

این لانه افسانه‌ای خرگوش فقط زاییده ذهن ریاضی‌دانی با نام مستعار لوبیس کرول نیست که داستانی را هنگام قایق‌رانی برای شاگردش تعریف کرده است. در دنیای واقعی دروازه‌های زیادی وجود دارد که وقتی قدم به آن بگذارید دنیای متفاوتی در برابر چشمان شما شکل می‌گیرد؛ دنیایی که اگر بیش از اندازه به روزمرگی معتاد شده باشید به همان اندازه برایتان شگفت‌انگیز و معجزه‌آسا خواهد بود. ریاضیات یکی از این حفره‌های جادویی جهان است، دنیایی برآمده از منطق که تفسیرگر جهان ماست و رشد و پیشرفتش و فضا و ساختارش ساز و کار ویژه خود را دارد. وقتی به این دنیا وارد می‌شوید آن‌چه در ابتدای این متن خواندید دیگر شکست به شمار نمی‌رود بلکه موفقیتی تاریخی و یکی از مهم‌ترین کشف‌های ریاضیاتی معاصر بدل می‌شود.

امن‌ترین اعداد جهان

زمانی کارل گاوس ریاضیات را ملکه علوم و نظریه اعداد را ملکه ریاضیات نامیده بود. شاید اگر اعداد اول را از محترم‌ترین ساکنان قلمرو این ملکه بشماریم سخنی به زیاده نگفته باشیم. اعداد اول اعداد مهمی هستند. نه فقط به این دلیل که امروز بخش بزرگی از اطمینانی که ما به رمزنگاری در کارهای روزمره داریم (مانند تراکنش‌های بانکی یا خریدهای اینترنتی با کمک کارت‌های اعتباری) به خاطر استفاده از این اعداد است، بلکه به دلیل ماهیت و جایگاهی که در بین اعداد طبیعی دارند مهم به شمار می‌روند. اعداد طبیعی همان اعداد آشنایی هستند که هنگام شمارش به کار می‌بریم، از یک شروع می‌شوند و به ترتیب هر بار یکی به آنها افزوده می‌شود و مجموعه‌ای مانند ... و 3 و 2 و 1 می‌سازند که به طور نامتناهی ادامه می‌یابد. در این بین بعضی از اعداد وجود دارند (غیر از 1) که فقط می‌توان آنها را به خودشان و به 1 تقسیم کرد. مثلاً شما عدد 6 را می‌توانید به 1، 2، 3 و 6 تقسیم کنید و باقی مانده شما صفر شود؛ اما عددی مانند 3 فقط قابل تقسیم به 3 و 1 است همین‌طور عددی مانند 11، 17 یا 1-215#&2195,000; 2,003,663,613. چنین اعداد طبیعی را که تنها قابل تقسیم بر خود و یک هستند، اعداد اول می‌نامند.

شما به راحتی می‌توانید چندین عدد اول را بشمارید، 2، 3، 5، 7، 11، 13، 17، 19، 23 و ... اما هرچقدر اعداد طبیعی بزرگ‌تر می‌شوند فراوانی و یا چگالی (تعداد اعداد اول در یک فاصله مشخص) نیز کاهش می‌یابد. هنوز فرمولی پیدا نشده که بتواند اعداد اول را تولید کند و هنوز دقیق نمی‌دانیم که توزیع این اعداد در بین اعداد طبیعی چگونه است. آیا با اضافه شدن به اعداد طبیعی ممکن است به جایی برسیم که فاصله میان دو عدد اول متوالی نیز به سمت بی‌نهایت میل کند و به جایی برسیم که هیچ دو عدد اول نزدیک به همی را نتوانیم پیدا کنیم؟

یک فرض قدیمی باعث می‌شود ریاضی‌دان‌ها خوش‌بین باشند که چنین اتفاقی نمی‌افتد. این فرض که قدمت آن به دوران اقلیدس (سده سوم پیش از میلاد) می‌رسد، بیان می‌کند که تعداد نامتناهی زوج عدد اول (دو عدد اول) وجود دارند که فاصله آنها تنها دو واحد است. مثلا 3 و 5 را در نظر بگیرید این دو عدد هر دو اول هستند و تنها دو واحد با هم فاصله دارند. 11 و 13 نیز همین ویژگی را دارند همین‌طور 17 و 19 و همین‌طور دو رقم $215\#&2195,000 - 1$ و $2,003,663,613$; $215\#&2195,000 + 1$ را می‌توان وقتی اعضای رشته اعداد طبیعی به اندازه کافی بزرگ باشند هم پیدا کرد؟ اگر این طور باشد باید تعداد نامتناهی از این زوج اعداد وجود داشته باشد.

این فرض هنوز هم یکی از قدیمی‌ترین مسایل حل نشده ریاضیات است. علت این‌که به آن حدس می‌گویند، این است که اگرچه تا الان ریاضی‌دان‌ها نتوانسته‌اند وجود تعداد نامتناهی از این زوج‌ها را ثابت کنند، نتوانسته‌اند عدم وجود آنها را نیز ثابت کنند و در عین حال آن مقداری از اعداد اول را که پیدا کرده‌اند در بردارنده چنین زوج اعدادی هستند. چون در ریاضیات یا یک گزاره درست است و یا نیست؛ پس تا زمان اثبات و یا رد منطقی و ریاضی، این گزاره به عنوان فرض باقی می‌ماند.

تلاش‌ها برای بررسی این وضعیت و رسیدن به نتیجه‌ای مناسب در سال 1384/2005 به اوج خود رسید. در این سال دنیل گلدستون از دانشگاه سن‌خوزه به همراه دو همکارش با انتشار مقاله‌ای نشان دادند تعداد نامتناهی زوج عدد اول وجود دارد که فاصله آنها حداکثر 16 واحد است. این گام بزرگی به شمار می‌رفت و می‌توانست ریاضی‌دان‌ها را در رسیدن به اثباتی برای نشان دادن وجود تعداد نامتناهی زوج عدد اول با فاصله دو رقمی امیدوار کند؛ اما در این اثبات از فرض دیگری استفاده شده بود که خود آن فرض هنوز اثبات نشده است.

یک جهش بزرگ

به گزارش نیچر، وقتی ایتانگ ژانگ (Yitang Zhang، صاحب تصویر به نمایش درآمده در آغاز متن) ریاضی‌دان دانشگاه نیوهامپ‌شایر نتیجه تحقیق خود را برای گروهی از همکارانش ارائه کرد و وقتی که ریاضی‌دان‌های پیشرو در این زمینه مقاله وی را مشاهده کردند، این احتمال مطرح شد که گام غول‌آسایی در حل این مساله تاریخی و مهم ریاضیاتی برداشته شده باشد. به نظر می‌آید او بدون آن‌که از هیچ فرض تاییدنشده‌ای کمک گرفته باشد و بدون آن‌که ایراد و نقص آشکاری در روش کارش مشاهده شود، نتوانسته است ثابت کند که تعداد نامتناهی زوج عدد اول وجود دارند که حداکثر فاصله آنها از هم 70 میلیون واحد است.

شاید به نظر خیلی امیدوارکننده نباشد وقتی به دنبال زوج اعدادی با اختلاف دو واحد باشید و به جای آن به تفاوت 70 میلیون واحدی مواجه می‌شوید؛ اما به یاد داشته باشید شما در دنیای شگفت‌انگیز ریاضیات هستید. مدتهاست از آستانه لانه خرگوش عبور کرده‌اید و باید قوانین این دنیا را بپذیرید. اگر این روش از پس بررسی‌های دقیق ریاضی‌دانان سربلند خارج شود، موفقیتی بزرگ به شمار می‌رود. درست است که 70 میلیون واحد فاصله به نظر خیلی زیاد می‌آید، اما در نهایت فاصله‌ای معنی‌دار و محدود است؛ یعنی ما توانسته‌ایم تعداد نامتناهی زوج عدد اول پیدا کنیم که فاصله میان آنها کمتر از مرزی مشخص است. این مرز اکنون به نظر می‌رسد 70 میلیون باشد.

گلدستاین که خودش در تحقیق اخیر نقشی نداشته اما یکی از ریاضی‌دان‌های فعال در زمینه اعداد اول است، می‌گوید: $171\#\&$ ؛ انتظار ندارم این روش را بتوان به گونه‌ای به کار برد که در نهایت ما را به صورت اصلی فرض که زوج اعداد با فاصله دو رقم است برساند. اما واقعیت این است که باورم نمی‌شد در زمانی که زنده هستم شاهد چنین پیشرفتی باشم.»

این اثبات (اگر تایید شود) در نهایت دید بهتری نسبت به توزیع اعداد اول در اختیار ریاضی‌دان‌ها قرار می‌دهد و به شناخت آنها از اعداد اول کمک می‌کند. شاید بپرسید این‌ها به چه کار روزمره ما می‌آید؟ شاید برای کسانی که بیرون لانه خرگوش ایستاده‌اند و مشغول خواندن روزنامه‌ای از خبرهای روز هستند، کارآیی نداشته باشد اما این ریاضی‌دانان هستند که در ناب‌ترین شکل ممکن به بررسی و کشف ساختمان موجودی مشغولند که جهان ما و دنیای ما و اندیشه ما براساس آن بنا شده است.